

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

**Кафедра прикладной
математики и компьютерной
безопасности (ПМКБ_ИКИТ)**

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__ г.

институт, реализующий ОП ВО

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

**Кафедра прикладной математики
и компьютерной безопасности
(ПМКБ_ИКИТ)**

наименование кафедры

А.А.Кытманов

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__ г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
СИМВОЛЬНЫЕ И
АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

Дисциплина Б1.О.01 Символьные и алгебраические методы в
прикладной математике

Направление подготовки /
специальность

Направленность
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2020

Красноярск 2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

010000 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

01.04.02 Прикладная математика и информатика, программа

01.04.02.07 Прикладные вычисления в науке и технике 2020г.

Программу
составили

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью изучения дисциплины «Символьные и алгебраические методы в прикладной математике» является формирование у студентов знаний и представлений об основных алгебраических методах, применяемых при построении и исследовании математических моделей. Указанная дисциплина занимает важное место в системе подготовки специалистов в области прикладной математики. Рассматриваемые в дисциплине разделы теории алгоритмов и математического моделирования имеют важное значение для практического применения и составляют неотъемлемую часть языка современных компьютерных наук.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Основной задачей изучения дисциплины «Символьные и алгебраические методы в прикладной математике» является развитие у студентов математической культуры в области компьютерных наук.

Другой, не менее значимой задачей является развитие у студентов навыков по приложению символьных и алгебраических методов в математическом моделировании.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| |
|---|
| ОПК-2:Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач |
|---|

| |
|--|
| ОПК-1:Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики |
|--|

| |
|--|
| УК-1:Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий |
|--|

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Символьные и алгебраические методы в прикладной математике» является базовой.

Для усвоения дисциплины требуется знать основы элементарной теории чисел, высшей алгебры, линейной алгебры, теории

многочленов, а также иметь представление об основных алгебраических структурах (группы, кольца, поля). Все эти разделы присутствуют в базовых курсах алгебры бакалавриата.

Символьные и алгебраические методы востребованы при изучении таких курсов магистратуры, как «Компьютерная алгебра», «Алгоритмы компьютерной алгебры для дифференциальных уравнений», «Теория чисел, конечные поля и их приложения», научной работы магистрантов и практики.

1.5 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

| Вид учебной работы | Всего, зачетных единиц (акад.час) | Семестр | |
|--|--|----------------|----------------|
| | | 1 | 2 |
| Общая трудоемкость дисциплины | 12 (432) | 6 (216) | 6 (216) |
| Контактная работа с преподавателем: | 4 (144) | 2 (72) | 2 (72) |
| занятия лекционного типа | 2 (72) | 1 (36) | 1 (36) |
| занятия семинарского типа | | | |
| в том числе: семинары | | | |
| практические занятия | 2 (72) | 1 (36) | 1 (36) |
| практикумы | | | |
| лабораторные работы | | | |
| другие виды контактной работы | | | |
| в том числе: групповые консультации | | | |
| индивидуальные консультации | | | |
| иная внеаудиторная контактная работа: | | | |
| групповые занятия | | | |
| индивидуальные занятия | | | |
| Самостоятельная работа обучающихся: | 6 (216) | 3 (108) | 3 (108) |
| изучение теоретического курса (ТО) | | | |
| расчетно-графические задания, задачи (РГЗ) | | | |
| реферат, эссе (Р) | | | |
| курсовое проектирование (КП) | Нет | Нет | Нет |
| курсовая работа (КР) | Нет | Нет | Нет |
| Промежуточная аттестация (Экзамен) | 2 (72) | 1 (36) | 1 (36) |

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

| № п/п | Модули, темы (разделы) дисциплины | Занятия лекционного типа (акад. час) | Занятия семинарского типа | | Самостоятельная работа, (акад. час) | Формируемые компетенции |
|-------|---|--------------------------------------|---|--|-------------------------------------|-------------------------|
| | | | Семинары и/или Практические занятия (акад. час) | Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час) | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | Структуры данных и основные задачи компьютерной алгебры | 20 | 20 | 0 | 60 | |
| 2 | Системы полиномиальных уравнений и базисы Гребнера | 16 | 16 | 0 | 48 | |
| 3 | Последовательности полиномиальных остатков и субрезультанты | 12 | 12 | 0 | 36 | |
| 4 | Быстрые алгоритмы в компьютерной алгебре | 24 | 24 | 0 | 72 | |
| Всего | | 72 | 72 | 0 | 216 | |

3.2 Занятия лекционного типа

| № п/п | № раздела дисциплины | Наименование занятий | Объем в акад. часах | | |
|-------|----------------------|----------------------|---------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| | | | Всего | в том числе, в инновационной форме | в том числе, в электронной форме |
| | | | | | |

| | | | | | |
|---|---|--|---|---|---|
| 1 | 1 | Структуры данных в компьютерной алгебре. Основные проблемы: рост промежуточных выражений, сложность результата, количество элементарных операций. | 4 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | Алгоритмическая неразрешимость в задачах распознавания равенства нулю. Упрощение выражений в компьютерной алгебре. | 4 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | Полиномиальные и рациональные выражения. Структуры данных, канонические и нормальные формы. Основные задачи для случая одной переменной. | 4 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | Алгоритм Евклида как базовый алгоритм символьного решения задач для полиномов одной переменной. Проблема роста коэффициентов. | 4 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | Полиномиальные задачи для случая одной переменной – интерпретация в терминах кольца многочленов и его идеалов. Главные идеалы. Простые идеалы. Радикал идеала. | 4 | 0 | 0 |
| 6 | 2 | Основные задачи для систем полиномиальных уравнений с несколькими переменными. Интерпретация в терминах кольца многочленов от многих переменных и его идеалов. | 4 | 0 | 0 |

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|
| 7 | 2 | Простые и примарные идеалы. Радикал идеала. Примарное разложение идеалов в нетеровых кольцах. | 4 | 0 | 0 |
| 8 | 2 | Базисы Гребнера. Алгоритм построения базиса Гребнера. Редуцированные базисы Гребнера. | 4 | 0 | 0 |
| 9 | 2 | Редукция многочлена по модулю идеала (с помощью базиса Гребнера). Проверка принадлежности многочлена идеалу и проверка совпадения идеалов | 4 | 0 | 0 |
| 10 | 3 | Результант и субрезультанты (скалярный и полиномиальный). Связь с последовательностью полиномиальных остатков. | 4 | 0 | 0 |
| 11 | 3 | Основная теорема о субрезультантах и ее следствия. | 4 | 0 | 0 |
| 12 | 3 | Модулярные алгоритмы. Примеры (нахождение НОД полиномов, лемма Гаусса, оценки коэффициентов множителей). | 4 | 0 | 0 |
| 13 | 4 | Быстрое умножение чисел и многочленов. Алгоритм Карацубы и оценка числа операций для его выполнения. | 4 | 0 | 0 |
| 14 | 4 | Быстрое преобразование Фурье и оценка числа операций для его выполнения. | 4 | 0 | 0 |

| | | | | | |
|-------|---|--|----|---|---|
| 15 | 4 | «Практические» быстрые алгоритмы: вычисление НОД двух целых чисел методом Лемера и бинарным алгоритмом. Модификации (\pm -версии, метод Дюпре). | 4 | 0 | 0 |
| 16 | 4 | Алгоритм Шенхаге и Штрассена для умножения полиномов, «практический» быстрый алгоритм умножения очень больших чисел. | 4 | 0 | 0 |
| 17 | 4 | Быстрое деление полиномов с остатком. Метод Ньютона и его радикальные варианты. Быстрое нахождение разложения Тейлора многочлена в точке и перевод целых чисел из одной системы счисления в другую | 4 | 0 | 0 |
| 18 | 4 | Метод В.Я. Пана для быстрого вычисления значений многочлена степени в нескольких точках | 4 | 0 | 0 |
| Всего | | | 16 | 0 | 0 |

3.3 Занятия семинарского типа

| № п/п | № раздела дисциплины | Наименование занятий | Объем в акад. часах | | |
|-------|----------------------|---|---------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| | | | Всего | в том числе, в инновационной форме | в том числе, в электронной форме |
| 1 | 1 | Структуры данных в компьютерной алгебре. Основные проблемы: рост промежуточных выражений, сложность результата, количество элементарных операций. | 4 | 0 | 0 |

| | | | | | |
|---|---|--|---|---|---|
| 2 | 1 | Алгоритмическая неразрешимость в задачах распознавания равенства нулю. Упрощение выражений в компьютерной алгебре. | 4 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | Полиномиальные и рациональные выражения. Структуры данных, канонические и нормальные формы. Основные задачи для случая одной переменной. | 4 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | Алгоритм Евклида как базовый алгоритм символьного решения задач для полиномов одной переменной. Проблема роста коэффициентов. | 4 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | Полиномиальные задачи для случая одной переменной – интерпретация в терминах кольца многочленов и его идеалов. Главные идеалы. Простые идеалы. Радикал идеала. | 4 | 0 | 0 |
| 6 | 2 | Основные задачи для систем полиномиальных уравнений с несколькими переменными. Интерпретация в терминах кольца многочленов от многих переменных и его идеалов. | 4 | 0 | 0 |
| 7 | 2 | Простые и примарные идеалы. Радикал идеала. Примарное разложение идеалов в нетеровых кольцах. | 4 | 0 | 0 |
| 8 | 2 | Базисы Гребнера. Алгоритм построения базиса Гребнера. Редуцированные базисы Гребнера. | 4 | 0 | 0 |

| | | | | | |
|----|---|--|---|---|---|
| 9 | 2 | Редукция многочлена по модулю идеала (с помощью базиса Гребнера). Проверка принадлежности многочлена идеалу и проверка совпадения идеалов | 4 | 0 | 0 |
| 10 | 3 | Результант и субрезультанты (скалярный и полиномиальный). Связь с последовательностью полиномиальных остатков. | 4 | 0 | 0 |
| 11 | 3 | Основная теорема о субрезультантах и ее следствия. | 4 | 0 | 0 |
| 12 | 3 | Модулярные алгоритмы. Примеры (нахождение НОД полиномов, лемма Гаусса, оценки коэффициентов множителей). | 4 | 0 | 0 |
| 13 | 4 | Быстрое умножение чисел и многочленов. Алгоритм Карацубы и оценка числа операций для его выполнения. | 4 | 0 | 0 |
| 14 | 4 | Быстрое преобразование Фурье и оценка числа операций для его выполнения. | 4 | 0 | 0 |
| 15 | 4 | «Практические» быстрые алгоритмы: вычисление НОД двух целых чисел методом Лемера и бинарным алгоритмом. Модификации (\pm -версии, метод Дюпре). | 4 | 0 | 0 |
| 16 | 4 | Алгоритм Шенхаге и Штрассена для умножения полиномов, «практический» быстрый алгоритм умножения очень больших чисел. | 4 | 0 | 0 |

| | | | | | |
|-------|---|--|----|---|---|
| 17 | 4 | Быстрое деление полиномов с остатком. Метод Ньютона и его радикальные варианты. Быстрое нахождение разложения Тейлора многочлена в точке и перевод целых чисел из одной системы счисления в другую | 4 | 0 | 0 |
| 18 | 4 | Метод В.Я. Пана для быстрого вычисления значений многочлена степени в нескольких точках | 4 | 0 | 0 |
| Всего | | | 72 | 0 | 0 |

3.4 Лабораторные занятия

| № п/п | № раздела дисциплины | Наименование занятий | Объем в акад. часах | | |
|-------|----------------------|----------------------|---------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| | | | Всего | в том числе, в инновационной форме | в том числе, в электронной форме |
| Всего | | | | | |

5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

| 6.1. Основная литература | | | |
|--------------------------|---|---|-------------------------|
| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год |
| Л1.1 | Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К., Красиков И. В., Орехова Н. А., Романов В. Н., Красикова И. В. | Алгоритмы: построение и анализ: [учебник] | Москва: Вильямс, 2013 |
| Л1.2 | Дьяконов В. П. | Энциклопедия компьютерной алгебры | Москва: ДМК Пресс, 2010 |
| Л1.3 | Потопахин В. В. | Искусство алгоритмизации | Москва: ДМК Пресс, 2011 |

| 6.2. Дополнительная литература | | | |
|--------------------------------|-----------------------|--|--|
| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год |
| Л2.1 | Вирт Н., Ткачев Ф. В. | Алгоритмы и структуры данных. Новая версия для Оберона + CD: [учебник] | Москва: ДМК Пресс, 2014 |
| Л2.2 | Окулов С.М. | Программирование в алгоритмах | Москва: Лаборатория знаний"" (ранее ""БИНОМ. Лаборатория знаний", 2017 |

8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В соответствии с учебным планом дисциплина «Символьные и алгебраические методы в прикладной математике» изучается в 1-м и 2-м семестрах. На ее изучение отводится в неделю 2 лекционных часа, 2 часа практических занятий и 6 часов самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентов (изучение теоретического материала и выполнение рефератов) контролируется в форме опросов на практических занятиях и проверки рефератов.

9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

9.1 Перечень необходимого программного обеспечения

| | |
|-------|---|
| 9.1.1 | Системы компьютерной алгебры Maple, REDUCE. |
|-------|---|

9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

| | |
|-------|---|
| 9.2.1 | Электронные каталоги библиотек (СФУ, РГБ, РНБ). |
|-------|---|

10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебные аудитории для проведения практических занятий должны быть оборудованы техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации студентам (доска, ноутбук и проектор). Желательно иметь возможность подключения к сети Интернет и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду СФУ.